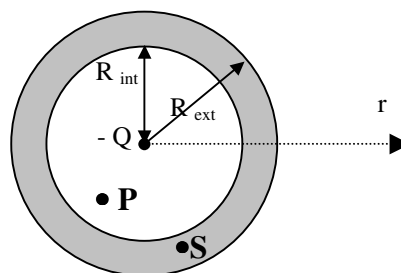


Esercizio n.18

Una carica puntiforme $-Q$ viene posta al centro di un conduttore inizialmente scarico e a forma di guscio sferico con raggio interno R_{int} e raggio esterno R_{ext} .

Calcolare:

- La carica sulla superficie interna (Q_{int}) ed esterna (Q_{ext}) del guscio sferico.
- Il campo elettrico (modulo direzione e verso) in funzione di r
- La ddp tra il punto P a distanza $0 < R_P < R_{\text{int}}$ ed il punto S a distanza $R_{\text{int}} < R_S < R_{\text{ext}}$ dal centro O del guscio sferico



Soluzione

Il sistema è in condizioni di induzione completa, quindi $Q_{\text{int}} = +Q$.

$Q_{\text{ext}} = -Q$, dovendo il guscio sferico mantenersi neutro.

Per simmetria entrambe queste cariche sono distribuite con densità superficiale costante.

Vista la simmetria sferica del problema, il campo è radiale.

Nella cavità del guscio sferico, cioè per $0 < r < R_{\text{int}}$ il campo è rivolto verso il centro del guscio. Applicando il teorema di Gauss, con una sfera concentrica al guscio e di raggio $0 < r < R_{\text{int}}$ come superficie gaussiana, il modulo del campo risulta

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

All' interno del guscio sferico, cioè per $R_{\text{int}} < r < R_{\text{ext}}$ il campo elettrico è nullo (campo elettrostatico all' interno di un conduttore).

All' esterno del guscio sferico, il campo è ancora diretto verso il centro del guscio e ha modulo

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

come si può facilmente verificare applicando ancora il teorema di Gauss con una sfera concentrica al guscio sferico e di raggio $r > R_{\text{ext}}$ come superficie gaussiana.

La ddp tra il punto P ed il punto S è

$$V(P) - V(S) = - \int_P^S \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^3} \vec{r} \cdot d\vec{s} = - \int_{r_P}^{r_S} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} dr = - \int_{r_P}^{R_{\text{int}}} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_{\text{int}}} - \frac{1}{R_P} \right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{R_P - R_{\text{int}}}{R_{\text{int}} R_P} \right)$$

dove si è tenuto conto che all' interno del guscio ($R_{\text{int}} < r < R_{\text{ext}}$) il campo elettrostatico è nullo.